# AH– 1210 CV-19 S

**B.A./B.Sc. (Part-III )**
**Term End Examination 2019-20**
**MATHEMATICS**
**Paper-II**

**Time**: Three Hours] [Maximum Marks: 50

**नोटः– प्रत्येक प्रश्न से किन्ही दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान है।**
**Note: Solve any two parts from each question. All question carry equal marks.**

## इकाई–1/Unit-I

**1.** a. यदि G एक परिमित समूह है और $O|G|=P^2$ जहाँ P एक अभाज्य संख्या है तो सिद्ध कीजिए कि G एक आबेली समूह होगा।

it G is a finite group and $O|G|=P^2$, Where P is a prime number then prove that G is obelian.

b. यदि G का एक मात्र P- साइलो उपसमूह H हो , तब सिद्ध कीजिए की H, G में प्रासामान्य उपसमूह होगा।

If H is the only P-Sylow subgroup of G then prove that H is normal Subgroup of G.

C. सिद्ध कीजिए की 35 कोटि का प्रत्येक आबेली समूह चक्रीय होता ळें

Prove that every abelian group of order 35 is cyclic.

## इकाई–2/Unit-II

**2.** **a.** वलयों की समाकारिता के लिए मूलभूत प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove fundamental theorem on homomorphism of rings.

b. सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक युक्लिडीय वलय एक मुख्य गुणजावली वलय होती है।

Prove that every Euclidean ring is a principal ideal ring.

c. प्रतिरूपक को परिभाषित कीजिए व सिद्ध कीजिए कि पूर्णांको के वलय T पर प्रत्येक क्रम विनिमये समूह एक प्रतिरूपक होता है।

Define module and prove that every Commutative group is module over a ring of integers T.

## इकाई–3/Unit-III

**3.** **a.** सिद्ध कीजिए कि सदिश समष्टि V(f) का एक अरिक्त उपसमूच्चय w सदिश उप समिष्ट होगा यदि और केवल यदि

$$\alpha,\beta \epsilon W\ a,b\ \epsilon\ F => a\ \alpha + b\ \beta\ \epsilon W$$

Prove that a nonempty subset of a Vector Space is Vector Subspace if and only if .

$$\alpha,\beta \epsilon W\ a,b\ \epsilon\ F => a\ \alpha + b\ \beta\ \epsilon W$$

b. विस्तार प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove extension theorem.

c. माना V(f) एक परिमित विमीय सदिश समष्टि है जिसका W एक परिमीत विमीय सदिश उपसमष्टि है तब सिद्ध कीजिए कि

$$dim\frac{v}{w} = dimV - dimW$$

Let V(f) be a finite dimensional Vector Space and W a Subspace of V then prove that

$$dim\frac{v}{w} = dimV - dimW$$

## इकाई–4/Unit-IV

4. a. सिद्ध कीजिए कि प्रति चित्रण $f: V_3(R) \to V_3(R)$ जो $f(a,b,c) = (C, a+b)$से परिभाषित है रैखिक रूपान्तरण है इसका अष्टिज्ञात कीजिए।

Prove that mapping $f: V_3(R) \to V_3(R)$ defined by $f(a,b,c) = (C, a+b)$ linear transformation and find its Kernel.

b. कोटि शून्यता प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Rank N ulity theorm.

c. सिद्ध कीजिए कि भिन्न–भिन्न अभिलक्षणिक मानों में संगत भिन्न भिन्न शून्योत्तर अभिलक्षणित सदिशों का समूच्चय रैखिकतः स्वतंत्र होगा।

Prove that different nonzero Eigen Vectors Corresponding to different nonzero Eigen values are linearly independent.

## इकाई–5/Unit-V

5. **a.** कॉशी स्वार्ज असनिका का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove canetry –Schwartz's inequality.

b. सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक आन्तर गुणन समष्टि एक मानकित सदिश समष्टि होती है।

Prove that every inner product Space is normed linear Space.

c. ग्राम–श्मिट के लांबिक प्रकम का उपयोग करके $V_3(R)$ के आधार $B = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$ से एक प्रासामान्य लांबिक आधार ज्ञात कीजिए, जहाँ

$\beta_1 = (1,0,1), \beta_2 = (1,2,-2), and\ \beta_3 = (2,-1,1)$

Apply Gram –Schmidt orthogonalization process to find orthonormal basis of basis $B = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}\ of\ \ V_3(R)\ \ where\ \ \beta_1 = (1,0,1), \beta_2 = (1,2,-2), and\ \beta_3 = (2,-1,1)$